

# Implementación informática de modelos cinemáticos como herramienta de enseñanza en una facultad de ingeniería

Dadamia, D; Ferrini, A.; Aveleyra, E.

Laboratorio de Entornos Virtuales de Aprendizaje (G.D.M.E.) – Facultad de Ingeniería – U.B.A.  
ddadamia@fi.uba.ar; aferrini@uolsinectis.com; eaveley@fi.uba.ar

## Resumen

En el siguiente trabajo se expone una propuesta metodológica para la enseñanza de sistemas cinemáticos y su modelización a través de herramientas informáticas. Para ello se incorpora a la resolución teórica de problemas, su implementación a través de un software que permita el análisis de todas las variables.

Se pretende, de este modo, que el estudiante pueda indagar sobre diversos modelos físicos, profundizando sus conocimientos con el apoyo de un software orientado a algoritmos matemáticos y de un entorno virtual de enseñanza y aprendizaje (EVA).

Con esta metodología se pretende facilitar el estudio del movimiento de cuerpos modelizados como partículas.

Se describe la propuesta didáctica de una actividad pautada en clase presencial donde se integra, la utilización de nuevas tecnologías y el entorno de una plataforma de e-learning. Para la primera etapa, de ajuste del recorte didáctico, se desarrolló la resolución de la situación problemática tradicional, con el apoyo de la presentación de imágenes producidas mediante Matlab y Scilab, en forma presencial. Al finalizar este encuentro, los estudiantes disponían, para continuar trabajando, el material y el código fuente correspondiente en el EVA de una facultad de ingeniería, en la categoría de la asignatura Física I.

*Palabras clave:* enseñanza, física, TIC, modelos físicos, EVA, software matemático.

## 1. Introducción

El acceso al conocimiento supone asumir los desafíos que plantean las nuevas tecnologías a las instituciones y a los métodos de enseñanza. La reconversión permanente obligará a las universidades a modificar sus diseños curriculares y a formar más en el dominio de los conocimientos "sobre conocimientos". Esta actitud frente al saber, en especial en el marco de las ciencias fácticas, muestra una tendencia que puede favorecer en el alumno la comprensión de modelos físicos [1].

Distintas investigaciones sobre el aprendizaje de conocimientos científicos indican que es un proceso activo en el que los estudiantes construyen y reconstruyen su propio entendimiento a la luz de sus experiencias [2].

Gracias a las herramientas informáticas hoy es posible trabajar con problemas abiertos, en los cuales los alumnos pueden estudiar con mayor profundidad los fenómenos naturales mediante la modificación de variables y parámetros [3].

En este sentido se ha incorporado, a la resolución de problemas, en aula presencial, la integración de herramientas informáticas, que permitan al estudiante analizar todos los parámetros de un problema más allá de su resolución puntual.

En el desarrollo de esta propuesta, se pueden identificar tres niveles: el diseño conceptual y formal del modelo físico, el diseño de la aplicación de herramientas informáticas y su salida gráfica, y el diseño de las interacciones con el alumno respecto de sus características de localidad y temporalidad, integradas dentro de una modalidad de enseñanza y aprendizaje mixta.

En un primer informe del trabajo realizado se analizan los diferentes niveles de diseño y las

ventajas de su aplicación al contexto áulico.

## 2. Contexto

La experiencia se desarrolló en un curso presencial ordinario y en un curso semipresencial orientado a cursantes de Física I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. Corresponden al turno vespertino y cursan aproximadamente 70 y 40 estudiantes respectivamente. Estos cursos trabajan actualmente con el apoyo de una plataforma de aprendizaje (Moodle, [4]). A través de foros de consultas y del correo interno los estudiantes consultan a los docentes e interactúan entre sí, para el planteo y análisis de diversas actividades propuestas.

## 3. Desarrollo

La propuesta abarcó dos etapas: primero se les propuso a los estudiantes que resolvieran el problema de manera analítica, encontrando las ecuaciones horarias del mismo y luego se les enseñó como implementar esas soluciones con la aplicación de una herramienta informática, para poder analizar todas sus variables (teniendo en cuenta que los contenidos de programación e informática no forman parte de la currícula explícita de la asignatura). Es sabido que en todo problema cinemático si se conoce el vector posición en función del tiempo, o su vector velocidad o su vector aceleración se puede reconstruir todo el problema derivando o integrando dichos vectores. En particular pueden existir problemas de resolución compleja que son muy difíciles de analizar mediante la solución de sus parámetros y es muy conveniente, desde el punto de vista del acto cognitivo, su implementación con algún software de cálculo.

### 3.1. Diseño didáctico

El diseño didáctico requiere del planteo de estrategias a tres niveles: diseño conceptual, el diseño de la implementación y de recursos para el análisis del problema, y el diseño de las interacciones entre participantes.

#### 3.1.1. Diseño conceptual

El diseño conceptual se corresponde en este caso, con el estudio del movimiento de cuerpos puntuales, en el ámbito de la cinemática del movimiento curvilíneo y de las coordenadas polares para expresar las relaciones matemáticas del modelo a desarrollar y su transformación lineal a cartesianas ortogonales.

#### 3.1.2. Diseño de la implementación

Es importante que la implementación no dependa del programa con que se trabaje sino que esté escrita en un pseudo lenguaje de programación para que los estudiantes puedan replicarla en cualquier código fuente. El docente debe establecer los parámetros metodológicos que permitan al estudiante independizarse del código fuente. En el caso particular de problemas cinemáticos es posible escribir:

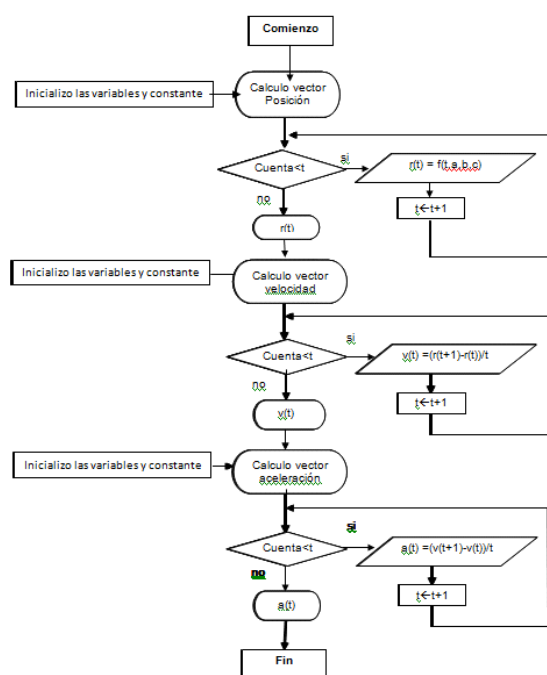


Figura 3: Esquema Propuesto

Donde  $f(t,a,b,c)$  es la función que une las

variables y constantes cinemáticas de la posición y  $a$ ,  $b$ ,  $c$  representan variables y constantes del sistema.

### 3.1.3. Diseño de las interacciones

El diseño de las interacciones con los estudiantes tiene como base el desarrollo de ciertas competencias, relacionadas con el aprendizaje del modelo cinemático, la representación de datos utilizando tecnologías y programas apropiados, la habilidad para la utilización de cada medio tecnológico, el desarrollo de la intuición en el modelo físico a estudiar y el análisis del mismo mediante la representación grafica de sus variables.

## 4. Ejemplos de problemas propuestos

A continuación se exhiben dos problemas que forman parte de la guía de ejercicios del curso de Física I de la Facultad de Ingeniería de la UBA.

### 4.1. Problema A

Las coordenadas de un ave que vuela en el plano  $xy$  son:

$$x(t) = 2 - 3.6t \quad (1)$$

$$y(t) = 1.8t^2 \quad (2)$$

a-Dibujar la trayectoria del ave.

b-Calcular los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo.

c-Dibujar los vectores posición, velocidad y aceleración en función de  $t$ . En ese instante, ¿el ave está acelerando, frenando o su rapidez no está cambiando? ¿El ave está girando? De ser así ¿en qué dirección?

#### 4.1.1. Solución

Tomando los parámetros de la ecuación (1) y (2) es posible construir el vector posición:

$$\vec{R}(t) = (2 - 3.6t, 1.8t^2) \quad (3)$$

Derivando el vector posición se obtiene el vector velocidad:

$$\vec{V}(t) = (-3.6, 3.6t) \quad (4)$$

Derivando nuevamente, el vector aceleración:

$$\vec{A}(t) = (0, 3.6) \quad (5)$$

### 4.1.2. Implementación con Matlab [5]

El ejemplo de implementación está hecho en Matlab y exhibido en el anexo de código fuente. En este ejemplo, el programa permite la siguiente salida gráfica.

Para  $x(t)$ :

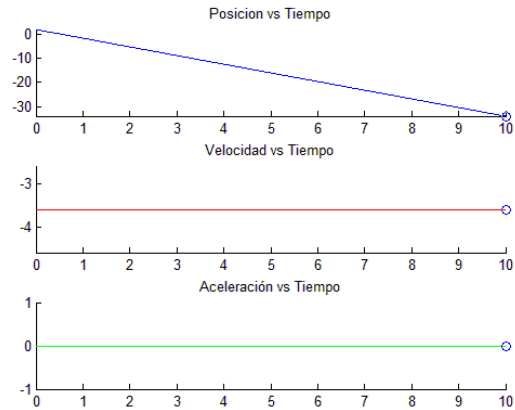


Figura 1. Salida gráfica del programa.

Para  $y(t)$ :

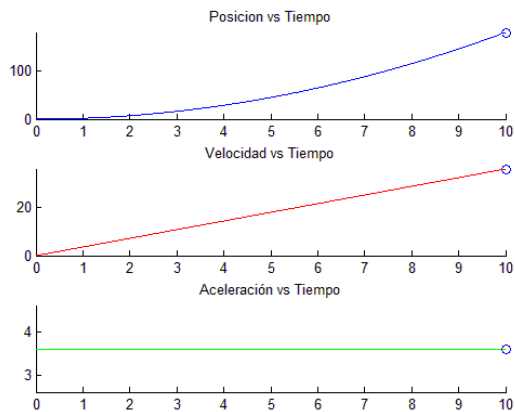


Figura 2. Salida gráfica del programa.

Trayectoria

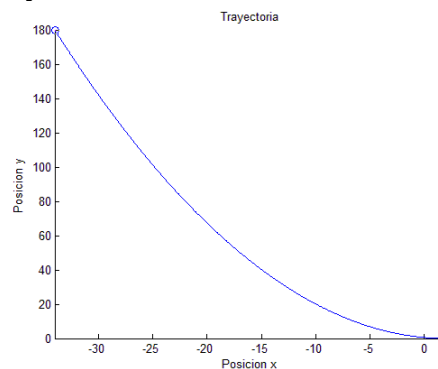


Figura 3. Salida gráfica del programa.

## 4.2. Problema B

El problema, que se desarrolla continuación, presenta dificultades de visualización por parte de los estudiantes de ingeniería de la materia Física I, dado que su resolución analítica es bastante compleja.

El problema propone estudiar los parámetros de un objeto en trayectoria espiral, mientras viaja con una velocidad de módulo constante.

### 4.2.1. Solución

Lo primero que se analiza con los estudiantes, es que para que un objeto siga una trayectoria espiral con velocidad constante su velocidad angular debe depender del tiempo.

Para simplificar los cálculos se considera una amplitud variable con el cambio del ángulo de la forma:

$R(t)=A*\theta(t)$ , con  $A=cte$  y  $\theta(t)=w(t)t$ , con  $w$  dependiendo del tiempo. Entonces podemos escribir:

Vector Posición:

$$\vec{R}(t) = Aw(t)t(\cos(w(t)t), \text{sen}(w(t)t)) \quad (6)$$

Vector Velocidad:

$$\vec{V}(t) = \left( \frac{dw(t)}{dt}t + w(t)t \right) \begin{pmatrix} \cos(w(t)t) - w(t)t\text{sen}(w(t)t), \\ \text{sen}(w(t)t) + w(t)t\cos(w(t)t) \end{pmatrix} \quad (7)$$

Vector Aceleración:

$$\vec{A}(t) = \left( \frac{dw(t)}{dt}t + w(t)t \right)^2 \begin{pmatrix} -2\text{sen}(w(t)t) + w(t)t\cos(w(t)t), \\ 2\cos(w(t)t) + w(t)t\text{sen}(w(t)t) \end{pmatrix} + \left( \frac{d^2w(t)}{dt^2}t + 2\frac{dw(t)}{dt} \right) \begin{pmatrix} \cos(w(t)t) - w(t)t\text{sen}(w(t)t), \\ \text{sen}(w(t)t) - w(t)t\cos(w(t)t) \end{pmatrix} \quad (8)$$

De la condición de pedir módulo constante de velocidad se obtiene que:

$$0 = -2t + (w(t)t + 1)\sqrt{1 + (w(t)t)^2} + \ln(w(t)t) \quad (9)$$

Esta ecuación sólo es posible resolverla por métodos numéricos.

### 4.2.2. Implementación con Matlab

El ejemplo de implementación está hecho en Matlab y exhibido en el anexo de código fuente. En este ejemplo el programa permite las siguientes salidas.

Velocidad en función de t:

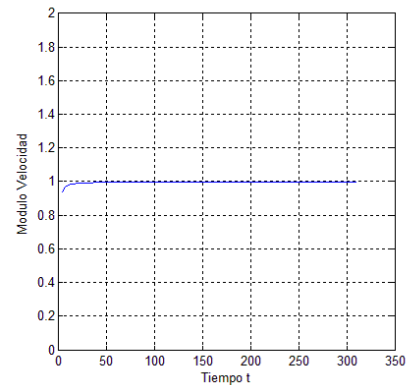


Figura 4. Salida gráfica del programa.

Trayectoria con el agregado de la velocidad tangencial y de la aceleración.

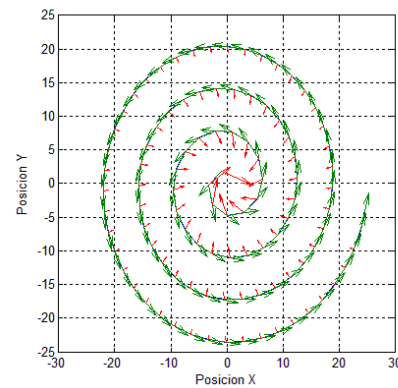


Figura 5. Salida gráfica del programa.

## Conclusiones

Los problemas presentados y analizados tienen diferentes grados de complejidad pero la metodología implementada es la misma. Siguiendo el esquema propuesto en la figura 3 se busca, mediante la aplicación de pseudolenguajes de programación, integrar y potenciar el análisis de modelos físicos-matemáticos. Es importante que los estudiantes, desde los primeros años de la carrera de ingeniería, comiencen a utilizar y seleccionar herramientas que les permitan desarrollar criterios para el estudio y análisis de modelos. Desde la experiencia en los cursos donde se trabajó con esta modalidad se constató cómo los estudiantes, mediante el desarrollo de sus rutinas o utilizando las que el docente les brindaba, generaban sus propios análisis de los problemas propuestos y buscaban nuevas alternativas a los mismos.

mediante el cambio de sus parámetros originales. A su vez, mediante discusiones en los foros del aula virtual, se comprobó una profundización de los problemas propuestos. Esta metodología puede ser extrapolada a cualquier área o materia en donde se tengan que analizar modelos.

## Anexo

### Código Fuente

Los comentarios realizados al mismo se indican en color verde y no forman parte del código, en Matlab se permite comentar la línea utilizando el signo %.

#### %Simulación Problema 1

```
T=0:0.01:10;
x= 2-3.6.*T;
y= 1.8*T.^2;
%velocidad en función del tiempo
vx= diff(x)./ diff(T);
vy= diff(y)./ diff(T);
%aceleración en función del tiempo
ax= diff(vx)./ diff(T(1:(size(T',1)-1)));
ay= diff(vy)./ diff(T(1:(size(T',1)-1)));

%Gráfico ecuación horaria x
figure(1)
subplot(3,1,1);
comet(T,x)
hold on;
plot(T,x)
title('Posicion vs Tiempo')
hold off
subplot(3,1,2);
comet(T(1:(size(T',1)-1)),vx);
axis([0 max(T') (min(vx)-1) (max(vx)+1)])
hold on;
plot(T(1:(size(T',1)-1)),vx,'r')
title('Velocidad vs Tiempo')
hold off
subplot(3,1,3);
comet(T(1:(size(T',1)-2)),ax);
axis([0 max(T') min(ax)-1 max(ax)+1])
hold on;
plot(T(1:(size(T',1)-2)),ax,'g')
title('Aceleración vs Tiempo')
```

```
hold off
```

```
%Gráfico ecuación horaria y
```

```
figure(1)
subplot(3,1,1);
comet(T,y)
hold on;
plot(T,y)
title('Posicion vs Tiempo')
hold off

subplot(3,1,2);
comet(T(1:(size(T',1)-1)),vy);
axis([0 max(T') (min(vy)-1) (max(vy)+1)])
hold on;
plot(T(1:(size(T',1)-1)),vy,'r')
title('Velocidad vs Tiempo')
hold off
```

```
subplot(3,1,3);
comet(T(1:(size(T',1)-2)),ay);
axis([0 max(T') min(ay)-1 max(ay)+1])
hold on;
plot(T(1:(size(T',1)-2)),ay,'g')
title('Aceleración vs Tiempo')
hold off
```

```
%Gráfico Trayectoria
```

```
figure(3)
comet(x,y)
hold on;
plot(x,y)
title('Trayectoria')
xlabel('Posición x')
ylabel('Posición y')
hold off
```

#### %Simulación Problema 2

```
%resuelvo la ecuación de w(t)
for j= 1:100
t(j)=pi*(j);
options=optimset('Display','off');
w(j)=fsolve(@(w)-2*t(j)+w*t(j)*(1+(w*t(j))^2)^0.5+log(w*t(j)+((w*t(j))^2+1)^0.5),0, options);
end

%posición en función del tiempo
x = w.*t.*cos(w.*t);
```

```

y = w.*t.*sin(w.*t);
%velocidad en función del tiempo
vx= diff(x)./ diff(t);
vy= diff(y)./ diff(t);
%aceleración en función del tiempo
ax= diff(vx)./ diff(t(1:(size(t)-1)));
ay= diff(vy)./ diff(t(1:(size(t)-1)));

```

```

%Gráfico Trayectoria
plot(x,y)
xlabel('Posición X'),ylabel('Posición
Y'),zlabel('Tiempo t')
grid on
axis square
hold on
quiver(x(1:(size(t)-1)),y(1:(size(t)-1)),vx,vy)
quiver(x(1:(size(t)-2)),y(1:(size(t)-2)),ax,ay)
hold off

```

```

%Gráfico Velocidad
W=(vx.^2+vy.^2).^0.5;
plot(t(1:99),W)
xlabel('Tiempo t'),ylabel('Modulo Velocidad')
axis([0 350 0 2])

```

## Referencias

[1] Aveleyra E., Ferrini A. El aprendizaje de modelos físicos con el uso de sensores y su gestión a través de una plataforma de e-learning. I Jornadas de Investigación en Educación: Sujetos, prácticas y alternativas (2007).

[http://www.formadores.org/rediparc\\_archivos/rediparcinvestigacionesyponencias.htm](http://www.formadores.org/rediparc_archivos/rediparcinvestigacionesyponencias.htm)

[2] Hodson D., Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratorio. Enseñanza de las ciencias, 12 (1994), pp. 299- 313.

[3] D. Dadamia, A. Ferrini, E. Aveleyra, Estudios de sistemas de cuerpos utilizando técnicas de procesamiento de imágenes. Revista Tecnología en Educación y Educación en Tecnología, 4 (2009), pp. 68-74.

[4] <http://moodle.org>

[5] <http://www.mathworks.com>  
<http://www.scilab.org>